

PROYECTO DE LA REAL ACADEMIA DE CIENCIAS
Estímulo del talento matemático

Prueba de Selección

2 de junio de 2018

Nombre:
Apellidos:
Fecha de nacimiento:
Teléfonos (madre, padre o tutor):
Centro en el que estudias:

Información importante que debes leer antes de comenzar a trabajar
DURACIÓN DE LA PRUEBA: 2 HORAS Y MEDIA

En primer lugar debes mirar todos los ejercicios y después comenzar con los que te parezcan más sencillos. No es necesario que trabajes las tareas en el orden en que se te presentan. Escoge tú mismo el orden que te parezca mejor.

No queremos conocer solamente tus soluciones, sino, sobre todo, tus propios caminos que te han llevado a ellas.

Para ello te hemos propuesto un problema en cada hoja. Puedes utilizar el espacio libre para tus observaciones y cálculos. Si este espacio no te basta, utiliza por favor el reverso de la hoja y si aún te falta, utiliza otra hoja en blanco que nos puedes pedir (en la que debes señalar también el número que aparece en la esquina superior derecha de **cada** hoja). **De ningún modo debes utilizar una misma hoja para cálculos y observaciones que se refieran a dos ejercicios distintos.**

Al final debes entregarnos todos los papeles que hayas utilizado.

Nos interesa conocer las buenas ideas que se te ocurran en la solución de las tareas propuestas. Deberías tratar de describir estas ideas de la manera más clara posible. Para ello nos bastarán unas breves indicaciones. También nos interesan las soluciones parciales de las tareas propuestas.

Además, tenemos una curiosidad, **¿cómo te has enterado de esta convocatoria?**

- A través de tu colegio.
- A través de la *Olimpiada Matemática*.
- A través del *Open Matemático*.
- A través de otros medios. Indícalos:

Tienes dos horas y media de prueba en total. En la primera parte encontrarás 3 problemas y tendrás 1h 30m. para resolverlos. En la segunda parte, encontrarás 2 problemas y tendrás 1h para resolverlos.

Te deseamos mucho éxito.



1. ATRAVESANDO EL RIO



En una de las orillas de un río hay 3 adultos, 2 niños y una barca de remos muy pequeña. Queremos que todas las personas crucen el río utilizando la barca. En la barca sólo caben o bien un solo adulto o bien 2 niños. Todos saben remar y está permitido que un niño vaya solo en la barca.

Si entendemos por "viaje" a remar de un lado al otro del río:

a) ¿Cuál es el mínimo número de viajes que habrá que hacer para que todas las personas crucen el río? Explica cómo has llegado al resultado.

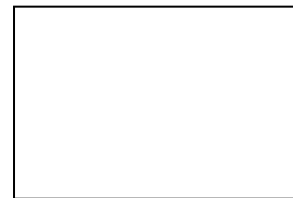
b) ¿Y si hubiera 8 adultos y 2 niños? ¿Y si hubiera 100 adultos y 2 niños? Explica cómo has llegado a tus respuestas.

c) Explica cómo podemos encontrar el mínimo número de viajes necesarios para cualquier número de adultos y 2 niños.

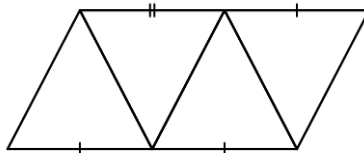
(Continúa detrás)

- d) Si ahora, en una de las orillas, hay 4 adultos y 3 niños, ¿cuál es el número mínimo de viajes que habrá que hacer para que todas las personas crucen el río? ¿Cómo los harías?
- e) ¿Y si hubiera 8 adultos y 3 niños? ¿Y si hubiera 100 adultos y 3 niños? Explica cómo podemos encontrar el mínimo número de viajes necesarios para cualquier número de adultos y 3 niños.
- f) Explica cómo podemos encontrar el mínimo número de viajes necesarios para cualquier número de adultos y cualquier número de niños.

2. COLOREANDO TRIÁNGULOS

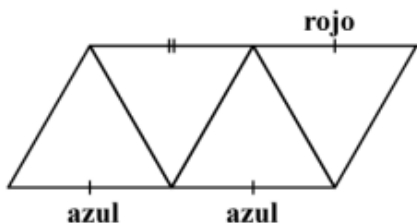


Ana y Carlos juegan a colorear de azul, rojo o verde los lados de los triángulos del siguiente dibujo:



y lo deben hacer de forma que, en cada uno de los cuatro triángulos, los tres lados sean de distinto color. Primero, Ana colorea los tres lados que tienen una marca de un trazo y después. Carlos debe decir de qué color puede ser el lado que tiene una marca con dos trazos, para que se cumpla la condición de antes (los tres lados de cada triángulo deben ser de distinto color).

- a) Razona qué color puede decir Carlos, si Ana ha usado los colores que se indican en la figura siguiente.

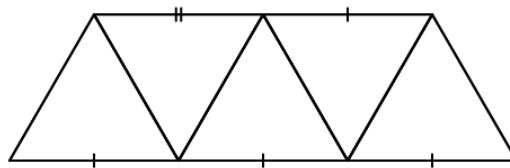


- b) ¿Qué color podría decir Carlos si Ana pintara inicialmente esos tres lados del mismo color? Razona tu respuesta.

(Continúa detrás)

- c) Carlos le dice a Ana: "pongas los colores que pongas yo siempre podré encontrar un color válido para el lado con dos trazos". ¿Es verdad lo que dice Carlos? En algún caso, ¿puede haber más de un color que pueda decir Carlos? Razona tus respuestas.

- d) A continuación Ana le dice a Carlos: "si pongo un triángulo más, entonces yo podré poner colores a cuatro lados de forma que tú no puedas encontrar solución".



Busca una de estas posibilidades en las que Ana colorea los cuatro lados que tienen un trazo y después Carlos no puede acabar el juego porque no puede encontrar un color para el lado con dos trazos.

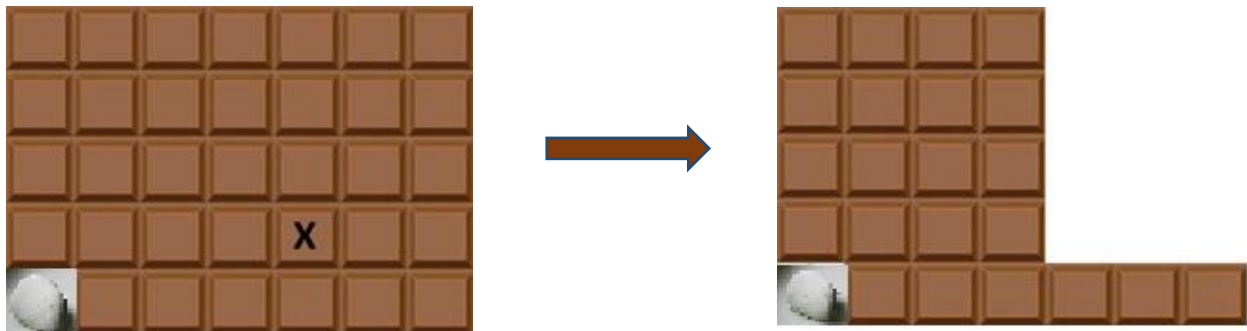
3. EL JUEGO DEL CHOMP



El **Chomp** es un juego para dos jugadores en el que los jugadores por turnos comen trozos de una tableta rectangular de chocolate dividida en cuadraditos. El cuadradito de abajo a la izquierda es reemplazado antes de empezar el juego por una piedra, como se puede ver en la figura siguiente:



Cada jugador, en su turno, elige un cuadradito de chocolate que aún no haya sido comido y se lo come junto con todos los cuadraditos que se encuentran a la derecha y arriba del cuadradito elegido. Por ejemplo, si un jugador elige la pastilla señalada con una **X** en la figura de la izquierda, el estado de la tableta al final del turno de este jugador será el que se muestra a la derecha de la flecha:



Gana el jugador que se come el último cuadradito de chocolate y entonces el perdedor se lleva la piedra.

Teniendo en cuenta las reglas de este juego, y que se enfrentan dos jugadores que siempre juegan sus mejores jugadas y nunca cometen errores, contesta las siguientes preguntas:

- a) En una tableta 2x2 (2 filas, 2 columnas), ¿qué cuadradito tiene que elegir el primer jugador en su primer turno para ganar el juego haga lo que haga el segundo jugador?

(Continúa detrás)

- b) Si en una tableta 3x3 el primer jugador en su primer turno elige el cuadradito de abajo a la derecha, ¿qué jugador resultará vencedor suponiendo que ambos jugadores juegan sus mejores jugadas?
- c) Imagínate que estás jugando en una tableta 3x3 y que eres el primer jugador. Encuentra una forma de jugar que te haga ganar siempre, haga lo que haga el segundo jugador. ¿Podrías haber empezado por otro cuadradito y seguir asegurando siempre tu victoria?
- d) Imagínate una tableta del alto y ancho que quieras. Si eres el primer jugador y es tu primer turno ¿hay algún cuadradito que te haga perder siempre al elegirlo, si el segundo jugador sabe jugar bien?
- e) Si sabe jugar bien, ¿crees que puede ganar siempre el primer jugador en cualquier tableta que le den? Si piensas que sí, ¿por qué? Si piensas que no, da un ejemplo de tableta con la que el segundo jugador pueda ganar siempre, haga lo que haga el primer jugador.

- d) ¿Puedes meter algún número en la máquina para que ésta nos devuelva el número 5? Explica tu razonamiento.
- e) ¿Qué resultado nos devolverá la máquina si metemos el número 201820182018? Explica tu razonamiento.
- f) Si modificamos la máquina y en el primer paso eleva al cubo (el cubo de 25 es $25 \times 25 \times 25$) el número en vez de elevarlo al cuadrado, ¿sabrías decir qué resultado dará si partimos del número 20182018? Explica tu respuesta.
- g) ¿Serías capaz de construir una máquina suficientemente original a la que al meterle cualquier número natural 1, 2, 3, 4, etc., nos devuelva siempre el número 1 o el 2 o el 3?

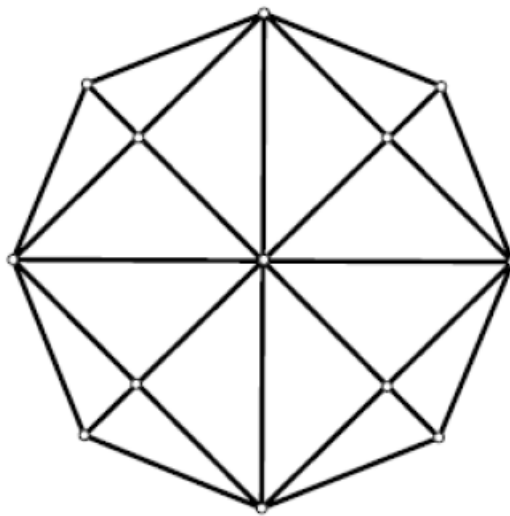
5. CONTANDO TRIÁNGULOS SEGÚN SUS ÁNGULOS



Recuerda que, según sus ángulos, los triángulos se clasifican en:

- **Acutángulos**, los que tienen sus tres ángulos agudos.
- **Rectángulos**, los que tienen un ángulo recto, esto es de 90° .
- **Obtusángulos**, los que tienen uno de sus ángulos obtuso.

¿Cuántos triángulos de cada clase, con vértices en los puntos, ves en esta figura?



Acutángulos:

Rectángulos

Obtusángulos:

Explícanos cómo te has organizado para contarlos:

(Continúa detrás)

