



PROYECTO DE LA REAL ACADEMIA DE CIENCIAS  
**Estímulo del talento matemático**

**Prueba de Selección**

**17 de octubre de 2020**

**Nombre:** .....  
**Apellidos:** .....  
**Fecha de nacimiento:** .....  
**Teléfonos (indica madre, padre o tutor):** .....  
**Centro en el que estudias:** .....

**Información importante que debes leer antes de comenzar a trabajar**  
**DURACIÓN DE LA PRUEBA: 2 HORAS**

En primer lugar, debes mirar todos los ejercicios y después comenzar con los que te parezcan más sencillos. No es necesario que trabajes las tareas en el orden en que se te presentan. Escoge tú mismo el orden que te parezca mejor.

**No queremos conocer solamente tus soluciones, sino, sobre todo, tus propios caminos que te han llevado a ellas.**

Para ello te hemos propuesto un problema en cada hoja. Puedes utilizar el espacio libre para tus observaciones y cálculos. Si este espacio no te basta, utiliza por favor el reverso de la hoja y si aún te falta, utiliza otra hoja en blanco que nos puedes pedir (en la que debes señalar también el número que aparece en la esquina superior derecha de **cada** hoja). **De ningún modo debes utilizar una misma hoja para cálculos y observaciones que se refieran a dos ejercicios distintos. Al final debes entregarnos todos los papeles que hayas utilizado.**

Nos interesa conocer las buenas ideas que se te ocurran en la solución de las tareas propuestas. Deberías tratar de describir estas ideas de la manera más clara posible. Para ello nos bastarán unas breves indicaciones. También nos interesan las soluciones parciales de las tareas propuestas.

Además, tenemos una curiosidad, **¿cómo te has enterado de esta convocatoria?**

- A través de tu colegio.
- A través de alguna competición matemática. Indica cuál: .....
- A través de otros medios. Indícalos: .....

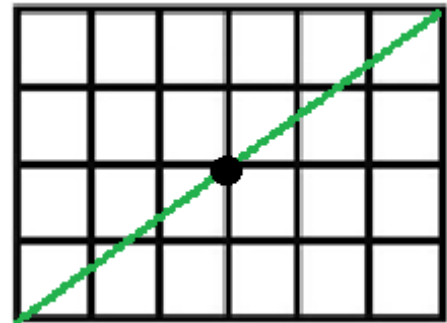
Sabemos que la inmensa mayoría de los que participáis en esta prueba venís con mucha ilusión por participar en el programa ESTALMAT durante los sábados de los próximos dos años si os seleccionamos, pero nos preocupa que puedas participar sin interés, solo porque alguien te ha dicho que vengas. **Si deseas que NO te seleccionemos**, puedes indicárnoslo marcando esta casilla:  En caso de que marques esta casilla, **NO te corregiremos la prueba y no te seleccionaremos.** Además, **no se lo diremos a nadie.**

**Tienes dos horas en total.**  
**Te deseamos mucho éxito.**

# 1. TRIÁNGULOS

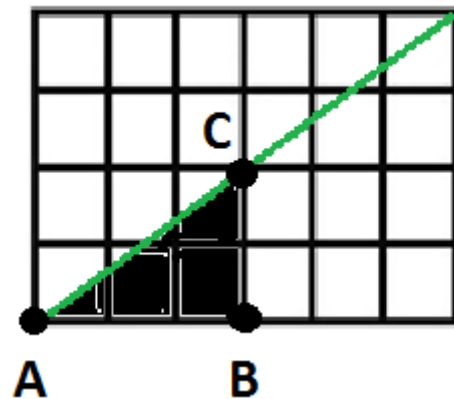
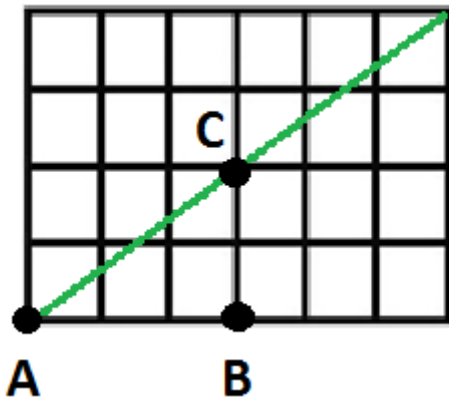


Fíjate en el siguiente rectángulo de base  $m=6$  cm. y altura  $n=4$  cm. formado por  $6 \times 4=24$  cuadraditos. Trazamos una línea más clara desde el vértice que está más a la izquierda y más abajo con el vértice que está más a la derecha y más arriba.



Como puedes observar, la línea más clara pasa por primera vez por un vértice de uno de los cuadraditos en el punto marcado en negro. Con este punto, que llamaremos C, podemos formar un triángulo rectángulo ABC cuyos vértices son:

- El punto C.
- El punto A, que resulta ser el vértice del rectángulo que está más a la izquierda y más abajo.
- El punto B, que resulta de intersectar el lado inferior del rectángulo con una línea perpendicular desde C.



Estamos interesados en calcular el área del triángulo rectángulo ABC. En nuestro ejemplo, el área será:

$$A = (\text{base} \times \text{altura}) / 2 = (3 \times 2) / 2 = 3 \text{ cm}^2.$$

a) Dibuja los rectángulos y los triángulos ABC adecuados, remarcando dónde se encuentra el punto C en cada uno de los siguientes casos:

a1) Si la base mide  $m=7$  cm. y la altura  $n=6$  cm., ¿cuánto vale el área del triángulo ABC?

*(Continúa detrás)*

a2) Si la base mide  $m=12$  cm. y la altura  $n=3$  cm., ¿cuánto vale el área del triángulo ABC?

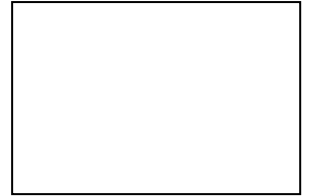
a3) Si la base mide  $m=24$  cm. y la altura  $n=18$  cm., ¿cuánto vale el área del triángulo ABC?

a4) Si la base mide  $m=100$  cm. y la altura  $n=100$  cm., ¿cuánto vale el área del triángulo ABC?

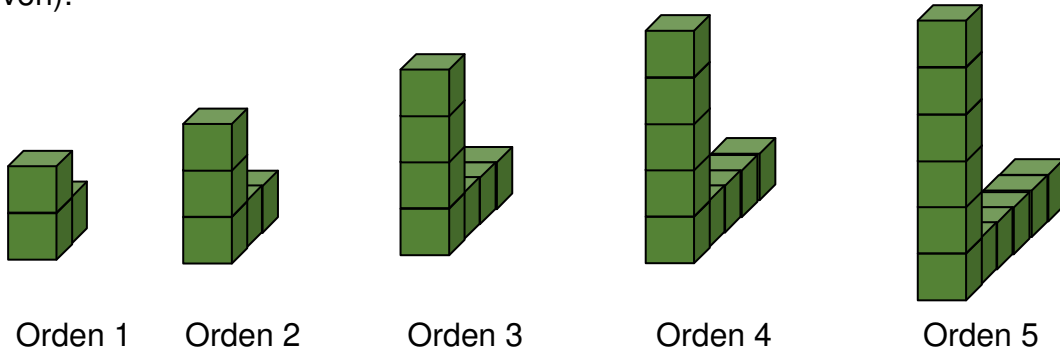
a5) Si la altura mide  $n=3$  cm. y el área del triángulo ABC es  $1 \text{ cm}^2$ , ¿cuánto vale la altura  $n$ ? ¿Hay más de una respuesta?

**b)** Si partimos de un rectángulo con medidas cualesquiera ( $m$  cm. de base y  $n$  cm. de altura), ¿sabrías explicar cómo calcular el punto C y el área del triángulo ABC?

## 2. TORRES DE CUBOS EN FORMA DE L



Con **cubos** blancos hacemos construcciones en forma de L, como en la figura, y una vez armadas pintamos de color las **caras** que se ven (las que se apoyan en el suelo o se pegan a otro cubo no se ven):



- a) En la siguiente tabla hemos rellenado la fila correspondiente a la torre de Orden 1. Completa el resto de la tabla:

Número de orden N	Total cubos	Total caras pintadas
1	3 cubos	12 caras pintadas
2		
3		
4		
5		

- b) En la construcción de **Orden 20**, ¿cuántos cubos habría y cuántas caras estarían pintadas?
- c) ¿Y en la de **Orden 2020**?

*(Continúa detrás)*

- d) ¿Sabrías decir cómo calcular el número de cubos y el número de caras si nos dan una construcción de **Orden  $n$**  cualquiera?
- e) ¿Es posible una construcción que tenga **2020 cubos**?
- f) ¿Es posible que una construcción tenga **2021 caras pintadas**? Indicar qué tipo de números pueden expresar el número de caras pintadas de una construcción.

### 3. PROBLEMAS MEZCLADOS



Esta pregunta consta de 4 ejercicios. No es necesario que las trabajes en el orden en que se te presentan. El resultado será siempre un número entero positivo que tienes que poner en el recuadro correspondiente. Explica con detalle cómo llegas al resultado y deja a la vista todas las operaciones que hayas hecho para conseguir el resultado. Valoraremos tu respuesta sólo en el caso de que no te olvides poner el resultado en el recuadro correspondiente. Si no pones nada, interpretaremos que no has conseguido resolverlo del todo.

**3.1.-** ¿Cuántos números de dos cifras harían falta como mínimo para que su suma diera exactamente **2020**?

**Sol:**

**3.2.-** Tengo un montón de piezas de Lego en una caja que vacío completamente sobre la mesa. Tomo la mitad más una y las devuelvo a la caja. Con las que quedan sobre la mesa, tomo la mitad más dos y las devuelvo a la caja. Y, finalmente, con las que aún quedan sobre la mesa, tomo la mitad más tres y las devuelvo a la caja, y en la mesa me han quedado exactamente cuatro fichas. ¿Cuántas fichas metí en la caja la última vez?

**Sol:**

***Continúa detrás)***

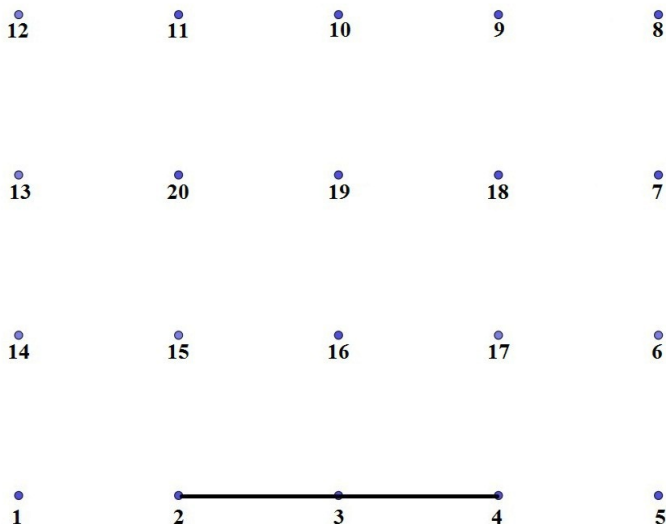
**3.3.-** Tres amigos pasaron la tarde jugando al ping-pong con las reglas habituales: quien pierde la partida deja el puesto al que permanecía a la espera sin jugar. Al final, Alejandro jugó diez partidas y Bernabé veintiuna. ¿Cuántas partidas jugó Chelo, la tercera jugadora en disputa?

**Sol:**

**3.4-** En la pizarra estaban escritos los números del uno al cien y he borrado unos cuantos. Entre los que han quedado hay veinte que tienen el uno entre sus cifras, diecinueve que tienen el dos entre sus cifras y treinta que no tienen ni el uno ni el dos entre sus cifras. Con esta información ¿puedes averiguar cuántos números borré de la pizarra?

**Sol:**

**3.5.-** Señala bien en qué punto podría estar el tercer vértice de un triángulo isósceles del que hemos dibujado uno de sus tres lados. Verás que son varias las posibilidades. Indícanos qué suman dan todas las etiquetas de los puntos que corresponden a ese posible tercer vértice.



**Sol:**